

Binomická věta

Pro libovolná reálná čísla a, b a libovolné přirozené číslo n platí binomická věta:

$$(a + b)^n = \binom{n}{0} a^n + \binom{n}{1} a^{n-1} b + \binom{n}{2} a^{n-2} b^2 + \dots + \binom{n}{n-1} a b^{n-1} + \binom{n}{n} b^n$$

Jednotlivé sčítance v tomto binomickém rozvoji výrazu $(a+b)^n$ nazýváme členy binomického rozvoje. Pro k -tý člen platí: $A_k = \binom{n}{k-1} a^{n-k+1} b^{k-1}$.

Kombinační čísla $\binom{n}{k}$ se nazývají binomické koeficienty. Tyto koeficienty tvoří n -tý řádek **Pascalova trojúhelníku**.

n=0	$\binom{0}{0}$
n=1	$\binom{1}{0}$ $\binom{1}{1}$
n=2	$\binom{2}{0}$ $\binom{2}{1}$ $\binom{2}{2}$
n=3	$\binom{3}{0}$ $\binom{3}{1}$ $\binom{3}{2}$ $\binom{3}{3}$
n=4	$\binom{4}{0}$ $\binom{4}{1}$ $\binom{4}{2}$ $\binom{4}{3}$ $\binom{4}{4}$

n=0						1
n=1				1		1
n=2			1	2	1	
n=3		1	3	3	1	
n=4	1	4	6	4	1	

1. Proveďte

a) $(x \pm 1)^6 =$

b) $(a^2 - 1)^5 =$

c) $(\sqrt{2} + \sqrt{3})^4 =$

d) $(1 + \sqrt{3})^7 =$

2. Najděte pátý člen binomického rozvoje výrazu $\left(2x^2 - \frac{3}{x}\right)^{10}$

3. Najděte třetí člen rozvoje $\left(\sqrt{x} - \frac{1}{x^2}\right)^{10}$

4. Dokažte užitím binomické věty, že číslo $11^{10} - 1$ je dělitelné stem. (Návod – $11^{10} = (10+1)^{10}$).